

■ МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 681.518.3

ORCID iD 0000-0002-4809-067X

МАТЕМАТИЧНЕ ТА ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФУНКЦІОNUВАННЯ ВУЗЛА КОНЦЕНТРАЦІЇ ГІБРИДНИХ ЛОГІСТИЧНИХ ПОТОКІВ ТРАНЗАКЦІЙ[©]

О.І. ПІДГУРСЬКИЙ,
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри моделювання та
інформаційних технологій в економіці,
Вінницький національний
аграрний університет,
(м. Вінниця)

У роботі описано результати математичного та імітаційного моделювання вузла концентрації (розподілу) транзакцій в логістичній системі, формалізованого системою масового обслуговування. Автором розроблено ряд моделей такої системи, на вхід якої спрямовується потік транзакцій, що генерується в моделях традиційним та альтернативним способами. Зазначені моделі описують процеси формування та обслуговування гібридного потоку матеріальних (нематеріальних) об'єктів логістики. З метою верифікації та валідації моделей проведено порівняльний аналіз результатів, отриманих у процесі експериментів. Аналіз дозволив сформувати обґрунтований висновок про взаємну відповідність числових характеристик моделей та можливість використання альтернативного способу генерації вхідного потоку транзакцій у практиці імітаційного моделювання систем масового обслуговування.

Робота ґрунтується на матеріалах, що отримані автором у процесі проведення попередніх досліджень.

Ключові слова: система масового обслуговування, потоки транзакцій, математична модель, імітаційна модель, верифікація, валідація.

Табл.: 2. Рис.: 9. Літ.: 12.

Постановка проблеми. Ефективне управління матеріальними, людськими, фінансовими та інформаційними потоками в логістичних системах на мікро-, мезо- та макрорівнях для сучасної світової економіки є однією з ключових передумов її сталого розвитку. Ретельний аналіз потоків матеріальних і нематеріальних об'єктів (транзакцій) у логістичних системах, а також процесів обслуговування таких транзакцій, дає можливість застосовувати різноманітні інструменти для удосконалення процесів управління зазначеними системами. До таких інструментів, зокрема, належать процедури математичного моделювання та комп'ютерної симуляції (імітаційного моделювання) як самих логістичних потоків, так і процесів обслуговування транзакцій. Такі процеси описуються теорією черг [1], [2], [3], яка вивчає процеси функціонування систем масового обслуговування (СМО).

[©] О.І. ПІДГУРСЬКИЙ, 2018

Логістичні потоки транзакцій в складних системах є гетерогенними і структурно непростими, оскільки утворюються внаслідок суперпозиції неоднорідних потоків, які породжуються в мережі різноманітними джерелами. Неоднорідність потоків пояснюється різним характером інтервалів між надходженнями транзакцій на вузол їх концентрації (розділу). Моделювання таких потоків є досить ускладненим, тому породжує окремий напрямок досліджень.

У процесі створення та використання моделей будь-якої системи неодмінно виникає питання взаємної відповідності числових характеристик, що отримують в результаті експериментів з моделями, і характеристик, які визначають шляхом спостережень за процесами функціонування реально діючої системи. Тому перевірка "чистоти" результатів моделювання через процедури верифікації та валідації відіграє важливу роль у формуванні рівня адекватності розроблених моделей.

Одним з показників адекватності імітаційних моделей потоків транзакцій є рівень взаємної відповідності числових характеристик СМО, на вхід якої спрямовуються одні й ті ж потоки, що згенеровані в моделях різними способами. Для цього використовуються традиційні та альтернативні імітаційні моделі потоків, що побудовані за спільною постановкою задачі, але відрізняються характеристиками особливостями математичних моделей, які лежать в основі процесів генерації псевдовипадкових чисел для визначення інтервалів часу між транзакціями потоку.

Традиційно гібридний потік в імітаційних моделях утворюється шляхом попередньої генерації його складових, над якими далі проводиться процедура суперпозиції. Тобто при використанні традиційного способу суперпозиція попередньо згенерованих потоків здійснюється додатковим програмним кодом.

Альтернативний спосіб формування гібридного потоку полягає у побудові його математичної моделі та використанні її при безпосередній комп'ютерній симуляції такого потоку. У цьому випадку суперпозиція потоків відбувається на рівні математичної моделі, яка служить основою для побудови алгоритму функціонування та програмного коду генератора псевдовипадкових чисел.

Створення традиційних та альтернативних імітаційних моделей потоків транзакцій дозволяє дослідникам проводити їх взаємну верифікацію та надає додаткові можливості перевірки адекватності математичних моделей, які використовуються в якості основи для комп'ютерної симуляції потоків.

Результати взаємної верифікації можуть служити підставою для формування висновку про спроможність моделей описувати стохастичні процеси в досліджуваних логістичних системах. Основними показниками при цьому є числові характеристики процесів функціонування СМО.

Таким чином, постає проблема взаємної верифікації традиційних та альтернативних математичних і відповідних їм імітаційних моделей гібридних потоків транзакцій шляхом валідації числових характеристик СМО, в яких ці моделі використовуються.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Математичне та імітаційне моделювання традиційно використовується дослідниками при побудові та аналізі різноманітних систем. У цьому напрямку працювали такі науковці, як Т.Л. Сааті [1], Л. Клейнрок [2], Б.В. Гнеденко [3], А.Л. Ліфшиць [4], В.М. Томашевський [5], О.П. Приставка [6], Ю.В. Жерновий [7], Н.В. Бурєннікова [8] та ін. Зокрема, науковці досить активно працюють у напрямку розвитку теорії масового обслуговування, що вивчає так звані системи з чергами, або ж СМО.

Наприклад, у роботі [1] висвітлюються основні завдання теорії масового обслуговування в тісному зв'язку з додатками до телефонії, транспортних потоків, управління запасами та з іншими областями практичної діяльності.

Публікація [2] присвячена питанням проектування СМО та підвищення ефективності їхньої роботи. У ній розглянуті теоретичні питання аналізу математичних моделей систем з очікуванням.

Робота [3] присвячена математичним основам теорії масового обслуговування, аналітичним та числовим методам, які в ній використовуються. Досліджено теорію потоків однорідних подій та моделі однолінійних СМО з пріоритетами, що засновані на напівмарковських процесах. У роботі приділено увагу також теорії багатолінійних систем, в основі вивчення яких лежать багатовимірні марковські процеси. Сформульовані принципи статистичного моделювання систем.

Ці роботи для теорії масового обслуговування є фундаментальними у питаннях математичного моделювання СМО.

Класичною роботою у сфері імітаційного моделювання СМО є [4]. Вона присвячена питанням аналізу і синтезу систем масового обслуговування за допомогою методу статистичного (імітаційного) моделювання. У книзі викладається методика складання комплексу взаємопов'язаних і поступово нарощуваних статистичних моделей однофазних і багатофазних систем масового обслуговування. Разом з тим, в ній вміщено конкретний відкритий для доповнень набір таких моделей, який може бути використаний в інженерній практиці та науковій роботі. Істотна увага приділена питанням оптимізації систем масового обслуговування методом динамічного програмування і статистичного (випадкового) пошуку. Окремо розглянуто додаток описаних моделей для синтезу систем. Наведено алгоритми та програми для ЕОМ.

Серед публікацій, присвячених математичному та імітаційному моделюванню СМО, у більш пізнньому періоді слід відзначити роботу [5], де викладено основи теорії моделювання і базові принципи моделювання складних технічних і економічних систем. Докладно описуються моделі систем масового обслуговування, мережі Петрі та програмні генератори випадкових величин і процесів. Особливу увагу приділено технології імітаційного моделювання.

З множини сучасних публікацій на дану тематику виділяються роботи [6] та [7]. У монографії [6] систематизовано методи імітаційного моделювання та їх застосування стосовно задач інформаційного забезпечення автоматизованої обробки результатів спостережень, викладено розділи теорії дослідження надійності технічних систем, побудови дерева відмов та ін.

Особливий інтерес для досліджень автора даної публікації становить робота [7], де викладено основи імітаційного моделювання СМО з використанням мови GPSS та її версії GPSS World. Тут на багатьох прикладах розкрито методи побудови імітаційних моделей за допомогою інструментальних засобів цього середовища. Значну увагу зосереджено на питаннях порівняння результатів імітаційного та математичного моделювання СМО. Розглянуто моделі, які слугують для дослідження наближення сумарних і розріджених потоків подій до найпростішого потоку.

Огляд робіт з тематики математичного та імітаційного моделювання СМО свідчить про те, що обраний напрям досліджень є доволі популярним, стрімко розвивається і перманентно поповнюється новими роботами. Однак досить велика кількість проблем вимагає більш докладного розгляду. Зокрема проблема використання раціональних способів генерації гібридних потоків транзакцій в імітаційних моделях вузлів їх концентрації досі залишається не вирішеною повністю. Тому розробка та використання у практиці імітаційного моделювання нових підходів до створення таких способів на основі розроблених математичних моделей гібридних потоків транзакцій є досить актуальною.

Формулювання цілей статті. Метою роботи є верифікація та валідація математичних моделей суперпозиції неоднорідних потоків транзакцій через аналіз результатів математичного моделювання та комп'ютерної симуляції процесів функціонування вузла концентрації з використанням традиційного та альтернативного способів генерації гібридних логістичних потоків.

Виклад основного матеріалу дослідження. Каналами логістичної системи переміщуються об'єкти матеріальної чи нематеріальної природи, що утворюють сумарні гібридні потоки транзакцій, які надходять до вузлів концентрації (розподілу), де виконуються процедури з їх обслуговування. Гібридність цих потоків зумовлена суперпозицією рівномірного та пуассонівського потоків транзакцій, що спричинені регулярним та спонтанним характером організації постачань в системі.

Математичні моделі гібридних потоків були створені автором даного дослідження і представлені в ряді робіт. Зокрема в роботі [9] була розглянута математична модель суперпозиції рівномірного та пуассонівського потоку транзакцій. Така модель дозволяє генерувати в імітаційній моделі гібридний потік безпосередньо, тобто одним генератором псевдовипадкових чисел.

В роботі [10] автором були проведені аналітичні дослідження результатів математичного та імітаційного моделювання суперпозиції рівномірного і пуассонівського потоків транзакцій, отримані традиційним та альтернативним способами. Порівняльний аналіз цих результатів показав високий рівень їх відповідності. Але для більш ретельної перевірки рівня адекватності математичної моделі суперпозиції рівномірного та пуассонівського потоків транзакцій її потрібно випробувати ще й при вирішенні завдання математичного та імітаційного моделювання вузла концентрації логістичної системи.

Для проведення зазначених випробувань вузол концентрації транзакцій слід формалізувати відповідно СМО і побудувати для неї математичну та імітаційні моделі, що реалізують традиційний та альтернативний способи генерації потоків транзакцій. За допомогою цих моделей потрібно провести ряд експериментів з метою визначення числових характеристик процесів функціонування СМО.

Основним завданням для випробування кожної моделі при цьому буде визначення величини середнього часу очікування транзакцій у системі та проведення порівняльного аналізу отриманих результатів. Такий аналіз дозволить сформувати обґрунтований висновок про доцільність використання альтернативного способу генерації гібридних потоків у практиці імітаційного моделювання СМО.

Стохастичний характер процесів функціонування вузла концентрації (розділу) потоків матеріальних (нематеріальних) об'єктів у логістичній системі передбачає можливість формування перед вузлом черг транзакцій. Це дозволяє формалізувати вузол концентрації у вигляді одноканальної однофазової СМО, на вхід якої надходить потік транзакцій, що має невизначені властивості.

Припустимо при цьому, що тривалість обслуговування транзакцій вузлом концентрації є безперервною випадковою величиною і описується експоненціальним законом розподілу з параметром μ .

Дослідження процесів функціонування одноканальної однофазової СМО із зазначеними характеристиками будемо проводити за допомогою математичної та імітаційних моделей, які використовують традиційний та альтернативний спосіб генерації вхідного потоку транзакцій.

Для моделювання зазначененої СМО слід спочатку з'ясувати структуру вхідного потоку транзакцій.

У логістичній системі процеси постачання можуть бути організовані на постійній регулярній основі, а також мати випадковий характер. Це означає, що на вхід СМО надходить сумарний гіbridний потік, який утворюється в результаті суперпозиції двох неоднорідних потоків.

Перший потік формують транзакції, що надходять до системи на основі постійних постачань об'єктів. Порядок утворення першого потоку дозволяє припустити, що тривалість часових інтервалів між надходженнями його транзакцій є сталою величиною, а сам потік є регулярним.

Другий потік складають транзакції, надходження яких до системи має спонтаний характер, що дозволяє висунути припущення про його пуссонівську природу.

Отже, в ідеальному випадку гіbridний потік мав би утворюватися внаслідок суперпозиції регулярного та пуссонівського потоків. Але на практиці складно забезпечити винятково регулярний режим постачання через різноманітні випадкові події, що спричиняють відхилення від чіткого графіку надходжень. У такому випадку, замість регулярного потоку транзакцій, слід розглядати рівномірний потік, в якому інтервали між надходженнями транзакцій будуть випадковими величинами з рівномірним законом розподілу ймовірностей.

Таким чином з'ясовано, що на вхід СМО надходить гіbridний потік, що утворюється в результаті суперпозиції рівномірного та пуссонівського потоків транзакцій. Суперпозиція двох таких потоків відразу виключає можливість розгляду вхідного потоку транзакцій як пуссонівського. Це означає, що досліджуваний вузол концентрації транзакцій у логістичній системі має бути формалізований СМО типу G/M/1 [2].

Дослідження СМО даного типу можливе методами математичного та імітаційного моделювання і полягає в обчисленні середніх значень таких числових характеристик, як довжина черги транзакцій, кількість транзакцій у системі, середній час очікування та середній час перебування транзакцій у системі. Усі ці величини між собою пов'язані відомими залежностями [2]. Тобто цілком достатньо визначити одну

з них, а решту можна знайти шляхом нескладних розрахунків. Тому основним заданням дослідження цієї СМО будемо вважати визначення середнього часу очікування транзакцій у черзі.

Математична модель СМО типу G/M/1 докладно розглянута в роботі [2], де зокрема зазначено, що середній час очікування транзакцій у черзі для такої системи обчислюється виразом

$$\omega = \frac{\sigma}{\mu \cdot (1 - \sigma_1)}, \quad (1)$$

де μ – інтенсивність обслуговування транзакцій в системі;

σ_1 – корінь рівняння типу

$$\sigma = A^*(\mu - \mu\sigma). \quad (2)$$

У даному рівнянні через $A^*(\mu - \mu\sigma)$ позначається перетворення Лапласа функції щільності розподілу ймовірностей тривалості інтервалів часу між транзакціями вхідного потоку для значення $s = \mu - \mu\sigma$.

Для суперпозиції рівномірного та пуассонівського потоків транзакцій автором розроблена математична модель, де функція $A^*(s)$ має такий вигляд [9]:

$$A^*(s) = \frac{\lambda}{\lambda + s} + \frac{2\lambda s}{(2 + \lambda(b + a))(\lambda + s)^2} + \frac{2s^2 \cdot (e^{-(\lambda+s)a} - e^{-(\lambda+s)b})}{(\lambda(b^2 - a^2) + 2(b - a))(\lambda + s)^3}, \quad (3)$$

де λ – інтенсивність пуассонівського потоку;

a, b – параметри рівномірного закону розподілу.

Тоді рівняння (2) з урахуванням (3) виглядатиме так:

$$\sigma = \frac{\lambda}{\lambda + \mu - \mu\sigma} + \frac{2\lambda(\mu - \mu\sigma)}{(2 + \lambda(b + a))(\lambda + \mu - \mu\sigma)^2} + \frac{2(\mu - \mu\sigma)^2 \cdot (e^{-(\lambda+\mu-\mu\sigma)a} - e^{-(\lambda+\mu-\mu\sigma)b})}{(\lambda(b^2 - a^2) + 2(b - a))(\lambda + \mu - \sigma)^3}. \quad (4)$$

Знайти корінь рівняння виду (4) за допомогою аналітичних методів досить проблематично, тому для вибору одного з числових методів розв'язання таких рівнянь було проведено дослідження функції $A^*(\mu - \mu\sigma)$. Оскільки з метою компактності даної публікації сам процес дослідження викладати не доцільно, то зазначимо лише його окремі результати, які є важливими з точки зору вибору числового методу для розв'язання рівняння (4).

Рівняння (4) має два корені. Перший корінь σ_1 лежить в області $0 \leq \sigma < 1$, а другий завжди дорівнює 1. Функція $A^*(\mu - \mu\sigma)$ на інтервалі $0 \leq \sigma < 1$ є безперервною і монотонно зростаючою. У кожній точці інтервалу $0 \leq \sigma < \sigma_1$ значення першої похідної правої частини виразу функції є меншими від 1. Такі властивості функції $A^*(\mu - \mu\sigma)$ дозволяють знайти корінь σ_1 за допомогою методу послідовних наближень [11]. Графічна ілюстрація цього методу для розв'язання рівняння (4) показана на рисунку 1.

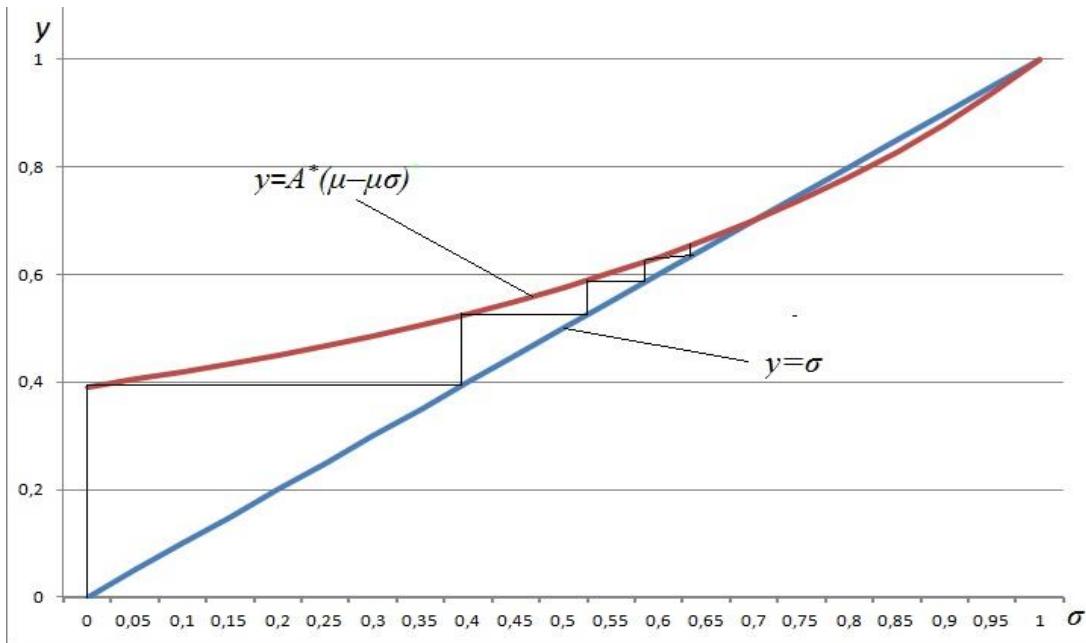


Рис. 1. Графічна ілюстрація методу послідовних наближень

Джерело: власна розробка автора

Для розв'язання рівняння (4) зазначеним методом автором була створена комп'ютерна програма в середовищі відкритого 32-розрядного компілятора FreeBasic, що використовується розробниками програмного забезпечення без ліцензії. На рисунку 2 подано фрагмент програмного коду цієї програми, який відтворює алгоритм реалізації методу послідовних наближень.

```

FbEdit - (Untitled).bas
File Edit View Project Make Options Help
Windows Console

b (Untitled).bas
5 Open "d:\1\sigma_a_0999.txt" For Output As #1
6 lm = 1
7 mu = 4
8 a = 0.999
9 b = 1
10 eps = 1
11 sg = 0
12 Do While eps >= 0.000001
13     h = mu * (1 - sg)
14     r = lm / (lm + h)
15     r = r + 2 * lm * h / ((2 + lm * (b + a)) * ((lm + h) ^ 2))
16     r = r + 2 * (h ^ 2) * (Exp(-(lm + h) * a) - (Exp(-(lm + h) * b))) / ((2 + lm * (b + a)) * ((lm + h) ^ 3) * (b - a))
17     eps = r - sg
18     sg = r
19 Loop
20 Print #1, "lm=", lm, "b=", b, "a=", a, "mu=", mu, "ro=", (2 + lm * (b + a)) / (mu * (b + a))
21 Print #1, "sg=", sg

```

Рис. 2. Програмний код алгоритму методу послідовних наближень

Джерело: власна розробка автора

Розроблена програма дозволяє також розраховувати середній час очікування транзакцій у черзі досліджуваної СМО для різних значень величин a , b , λ та μ . Тобто зазначена програма повністю забезпечує процес дослідження СМО аналітичними методами.

Отримавши інструменти для математичного моделювання досліджуваної СМО, перейдемо до вирішення завдань комп’ютерної симуляції процесів її функціонування. Для цього автором у різних програмних середовищах було розроблено чотири імітаційні моделі СМО. Розглянемо їх докладніше.

Перша імітаційна модель (надалі Модель 1) була створена в середовищі FreeBasic для реалізації традиційного способу генерації гібридного потоку транзакцій. Тут використовується два генератори псевдовипадкових чисел (ГПВЧ), кожен з яких автономно генерує окремий потік (рівномірний та пуссонівський). Далі ці два потоки за принципом суперпозиції об’єднуються в єдиний гібридний потік, який спрямовується на вход досліджуваної СМО. На рисунку 3 показано фрагмент програмного коду програми, який відтворює зазначений алгоритм моделювання.

```

FbEdit - (Untitled).bas
File Edit View Project Make Options Help
D:\Install\FbEdit\Projects
File Project
D:\Install\FbEdit\Projects
Addins Applications CustCtrl Games Samples
Functions

g = Val(Mid$(Time$, 7, 2))
Randomize (g)
sumoch = 0: sumobs = 0: sumprost = 0
tzv = 0
lm = 1: b = 1: a = 0.5: mu = 4
For i = 1 To n
    hp(i) = hp(i - 1) + Round(-Log(Rnd) / lm, 6)
Next
For i = 1 To n
    hr(i) = hr(i - 1) + Rnd * (b - a) + a
Next
j = 1: l = 1
For i = 1 To n
    If hp(j) < hr(l) Then
        h(i) = hp(j)
        j = j + 1
    Else
        h(i) = hr(l)
        l = l + 1
    End If
Next
For i = 1 To n
    rmu = Round(-Log(Rnd) / mu, 6)
    sumobs = sumobs + rmu
    If h(i) >= tzv Then
        prost = h(i) - tzv
        sumprost = sumprost + prost
        tzv = h(i) + rmu
    Else
        och = tzv - h(i)
        sumoch = sumoch + och
        tzv = tzv + rmu
    End If
Next

```

Рис. 3. Програмний код алгоритму функціонування Моделі 1
Джерело: власна розробка автора

Друга імітаційна модель (надалі Модель 2) створена також в середовищі FreeBasic і відтворює алгоритм альтернативного способу генерації гібридного потоку. Цей спосіб потребує використання лише одного ГПВЧ, який функціонує на основі математичної моделі гібридного потоку і безпосередньо генерує його інтервали. Для побудови такого ГПВЧ потрібна функція розподілу ймовірностей тривалості інтервалів часу між транзакціями гібридного потоку, яка була виведена автором в роботі [9].

$$F_c(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda t} + \frac{2\lambda t}{2 + \lambda(b+a)} e^{-\lambda t} + H(t-a) \frac{(2 - \lambda(t-a))(t-a)}{\lambda(b^2 - a^2) + 2(b-a)} e^{-\lambda t}, & 0 \leq t \leq b, \\ 1, & t > b \end{cases} \quad (5)$$

На рисунку 4 наведено фрагмент програмного коду програми, який відтворює алгоритм альтернативного способу генерації гібридного потоку.

EКОНОМІКА. ФІНАНСИ. МЕНЕДЖМЕНТ: актуальні питання науки і практики, 2018, № 10

```

1 n = 500000
2 sobs = 0: ssobch = 0: ssprost = 0: sr = 0
3 For k = 1 To 10
4   g = Val(Mid$(Time$, 7, 2))
5   Randomize (g)
6   sumoch = 0: sumobs = 0: sumprost = 0
7   tpr = 0: tzv = 0
8   lm = 1: b = 1: a = 0: mu = 4
9   p = (Exp(-lm * b)) / (1 + lm * b)
10  For i = 1 To n
11    eps = 1
12    rlm = b / 2
13    kr = b / 2
14    r = Rnd
15    Do While eps >= 0.0001
16      Ft = 1 - Exp(-lm * rlm) + 2 * (lm * rlm * Exp(-lm * rlm)) / (2 + lm * (b + a))
17      If Ft > a Then Ft = Ft + (2 - lm * (rlm - a)) * (rlm - a) * (Exp(-lm * rlm)) / (lm * (b ^ 2 - a ^ 2) + 2 * (b - a))
18      kr = kr / 2
19      If Ft >= r Then
20        rlm = rlm - kr
21      Else
22        rlm = rlm + kr
23      End If
24      eps = Abs(Ft - r)
25    Loop
26    tpr = tpr + rlm
27    rmu = Round(-Log(Rnd) / mu, 6)
28    sumobs = sumobs + rmu
29    If tpr > tzv Then
30      prost = tpr - tzv
31      sumprost = sumprost + prost
32      tzv = tpr + rmu
33    Else
34      och = tzv - tpr
35      sumoch = sumoch + och
36      tzv = tzv + rmu
37    End If
38  Next
39  m = Round(tpr / n, 6)
40  sobs = Round(sumobs / n, 6)
41  soch = Round(sumoch / n, 6)
42  sprost = Round(sumprost / n, 6)
43  r = Round(sobs / m, 6)
44  Print #1, Tab(3); m, Tab(20); sobs; Tab(35); soch; Tab(50); r

```

Рис. 4. Програмний код алгоритму функціонування Моделі 2
Джерело: власна розробка автора

Третя та четверта імітаційні моделі (надалі Модель 3 та Модель 4) концептуально є аналогами Моделі 1 та Моделі 2 відповідно, але створені були в середовищі системи GPSS World Student Version [12], яка без ліцензії поширюється фірмою-розробником Minuteman Software зі свого сайту <http://www.minutemansoftware.com/downloads.asp>.

На рисунку 5 зліва направо наведено програмні коди Моделі 3 та Моделі 4.

```

GPSS World - Model SumПотоки_GM1_sp.gps
File Edit Search View Command Window Help
Model SumПотоки_GM1_sp.gps
EXPDIS1 FUNCTION RN1 ,C24
0,0/0.1,0.104/0.2,0.222/0.3,0.355/
0.4,0.509/0.5,0.69/0.6,0.915/0.7,1.2/
0.75,1.38/0.8,1.6/0.84,1.83/0.88,2.12/
0.9,2.3/0.92,2.52/0.94,2.81/0.95,2.99/
0.96,3.2/0.97,3.5/0.98,3.9/0.99,4.6/
0.995,5.3/0.998,6.2/0.999,7/0.9998,8

EXPDIS2 FUNCTION RN4,C24
0,0/0.1,0.104/0.2,0.222/0.3,0.355/
0.4,0.509/0.5,0.69/0.6,0.915/0.7,1.2/
0.75,1.38/0.8,1.6/0.84,1.83/0.88,2.12/
0.9,2.3/0.92,2.52/0.94,2.81/0.95,2.99/
0.96,3.2/0.97,3.5/0.98,3.9/0.99,4.6/
0.995,5.3/0.998,6.2/0.999,7/0.9998,8

*REQUIREMENT OF TYPE 1
    GENERATE FN$EXPDIS1
    L1 QUEUE TYPE1
    SEIZE OPER
    DEPART TYPE1
    ADVANCE 0.25,FN$EXPDIS2
    RELEASE OPER
    TERMINATE 0

*REQUIREMENT OF TYPE 2
    GENERATE 0.5,0.5
    TRANSFER ,L1
    GENERATE 500000
    TERMINATE 1
    START 1

For Help, press F1 Report is Complete.

GPSS World - [Model SumПотоки_GM1_me_a0.gps]
File Edit Search View Command Window Help
EXPDIS1 FUNCTION RN1 ,C24
0,0/0.1113932,0.05/0.2127914,0.1/
0.3049783,0.15/0.3886810,0.2/0.4645745,0.25/
0.5332845,0.3/0.5953916,0.35/0.6514336,0.4/
0.7019088,0.45/0.7472789,0.5/0.7879709,0.55/
0.8243803,0.6/0.8568724,0.65/0.8857854,0.7/
0.9114313,0.75/0.9340984,0.8/0.9540529,0.85/
0.9715401,0.9/0.9794299,0.925/0.9867863,0.95/
0.9936349,0.975/0.9999975,0.99999/1,1

EXPDIS2 FUNCTION RN1,C24
0,0/.100,.104/.200,.222/.300,.355/.400,.509/
.500,.690/.600,.915/.700,1.200/.750,1.380/
.800,1.600/.840,1.830/.880,2.120/.900,2.300/
.920,2.520/.940,2.810/.950,2.990/.960,3.200/
.970,3.500/.980,3.900/.990,4.600/.995,5.300/
.998,6.200/.999,7/1,8

*REQUIREMENT OF TYPE 1
    L2 GENERATE FN$EXPDIS1
    L3 QUEUE TYPE1
    SEIZE OPER
    DEPART TYPE1
    ADVANCE .25,FN$EXPDIS2
    RELEASE OPER
    TERMINATE 0
    GENERATE 500000
    TERMINATE 1
    START 1

For Help, press F1 Results Clock

```

Рис. 5. Коди GPSS для Моделі 3 та Моделі 4

Джерело: власна розробка автора

Для функціонування Моделі 4 необхідно створити ГПВЧ для генерації числової послідовності у відповідності до функції розподілу ймовірностей тривалості інтервалів часу між транзакціями гібридного потоку (5). Система імітаційного моделювання GPSS є спеціалізованим середовищем для комп’ютерної симуляції СМО і, на відміну від середовищ універсальних систем програмування, має обмежені можливості генерації псевдовипадкових чисел на основі математичних виразів. Натомість GPSS має ефективний спосіб реалізації ймовірнісних розподілів в

табличному вигляді [12]. Для цього слід виконати апроксимацію функції $F_c^{-1}(t)$, що є оберненою до функції розподілу $F_c(t)$, і замінити її сукупністю відрізків для перетворення значень величин рівномірного розподілу на значення величин з розподілом, поданим у формулі (5). На рисунку 5 у верхній частині тексту коду Моделі 4 подано числовий масив, що містить результати апроксимації оберненої функції $F_c^{-1}(t)$. Це дозволяє генерувати в Моделі 4 інтервали гібридного потоку транзакцій, які спрямовуються на вузол концентрації.

Приклад вікна результатів роботи Моделі 4 зображене на рисунку 6.

The screenshot shows the GPSS World - [Model SumPotoki_GM1_me_a0.228.1 - REPORT] window. The report details the simulation setup and execution:

- Simulation Parameters:** START TIME 0.000, END TIME 500000.000, BLOCKS 9, FACILITIES 1, STORAGES 0.
- Resource Values:** EXPDIS1 10000.000, EXPDIS2 10001.000, L2 1.000, L3 2.000, OPER 10003.000, TYPE1 10002.000.
- Event Log:** Shows a sequence of events for locations L2 and L3, including GENERATE, QUEUE, SEIZE, DEPART, ADVANCE, RELEASE, TERMINATE, and GENERATE operations.
- Facility Utilization:** Facility OPER has 1498078 entries, util. 0.750, ave. time 0.250, owner 1, pending 0, inter retry 0, delay 2.
- Queue Statistics:** Queue TYPE1 has max cont. 32, entry 1498080, entry(0) 449080, ave. cont. 1.750, ave. time 0.584, ave. (-0) 0.834, retry 0.
- File I/O:** FEC XN PRI BDT ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE for records 1498079, 1498082, 1498083.

At the bottom, it says "For Help, press F1" and "Report is Complete." There is also a "Clock" button.

Рис. 6. Приклад вікна результатів роботи Моделі 4

Джерело: стандартне вікно системи GPSS з результатами автора

З математичною та імітаційними моделями було проведено більше сотні експериментів, що зумовлено великою кількістю варіантів характеристик СМО. Наприклад, розглядалися різні співвідношення середнього часу обслуговування транзакцій до середніх інтервалів часу між їх надходженнями до системи. Досліди з моделями проводились також за різних співвідношень інтенсивностей рівномірного і пуссонівського потоків транзакцій, від яких залежить структура гібридного потоку

та сумарне завантаження вузла концентрації. При цьому в експериментах була задіяна деяка абстрактна величина модельного часу, що визначала величини a , b та λ . Оскільки повний масив результатів моделювання в межах даної публікації навести не можливо, то обмежимося лише окремими з них.

Для прикладу, в таблиці 1 показані результати 10 експериментів з Моделлю 1 при значеннях $a=0$, $b=1$, $\lambda=1$ та $\mu=4$.

Таблиця 1

Числові характеристики функціонування СМО при $a=0$, $b=1$, $\lambda=1$, $\mu=4$

Номер експерименту	Середній інтервал між транзакціями	Середній час обслуговування транзакцій	Середній час очікування транзакцій в черзі	Коефіцієнт завантаження вузла
1	0,333373	0,2502	0,576992	0,750511
2	0,333568	0,250374	0,571678	0,750594
3	0,333086	0,250309	0,577527	0,751485
4	0,333683	0,250709	0,571116	0,751339
5	0,332664	0,250283	0,574915	0,75236
6	0,333647	0,25028	0,575195	0,750134
7	0,333304	0,250229	0,578031	0,750753
8	0,333148	0,249881	0,566162	0,75006
9	0,333515	0,249901	0,571638	0,749295
10	0,333449	0,250091	0,56886	0,750013
У середньому	0,333344	0,250226	0,573211	0,750654

Джерело: власна розробка автора

Далі розглянемо лише порівняльні таблиці значень середнього часу очікування транзакцій в черзі, отриманих від математичної та імітаційних моделей. У таблиці 2 містяться результати експериментів для $b=1$, $\lambda=1$, $\mu=4$.

Таблиця 2

Числові характеристики функціонування СМО при $b=1$, $\lambda=1$, $\mu=4$

Значення параметра a	Коефіцієнт завантаження вузла ρ	Середня тривалість очікування транзакцій в черзі				
		Математична модель	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
0	0,75	0,583355	0,573211	0,583056	0,579	0,579
0,5	0,58333	0,227662	0,228042	0,228059	0,228	0,228
0,999	0,5	0,174715	0,17094	0,174895	0,173	0,176

Джерело: власна розробка автора

Значення ρ розраховується за виразом [2]:

$$\rho = \frac{1}{\mu \bar{\alpha}_c} = \frac{2 + \lambda(b + a)}{\mu(b + a)}, \quad (6)$$

де $\bar{\alpha}_c$ – середній інтервал між транзакціями гібридного потоку [9].

Усі результати комп'ютерної симуляції СМО для кожного набору параметрів були отримані після 10 експериментів з імітаційними моделями і подальшого їх узагальнення. На рисунку 7, рисунку 8, та рисунку 9 показані діаграми, що ілюструють дані таблиці 2 при $a=0$, $a=0,5$ та $a=0,999$ відповідно.

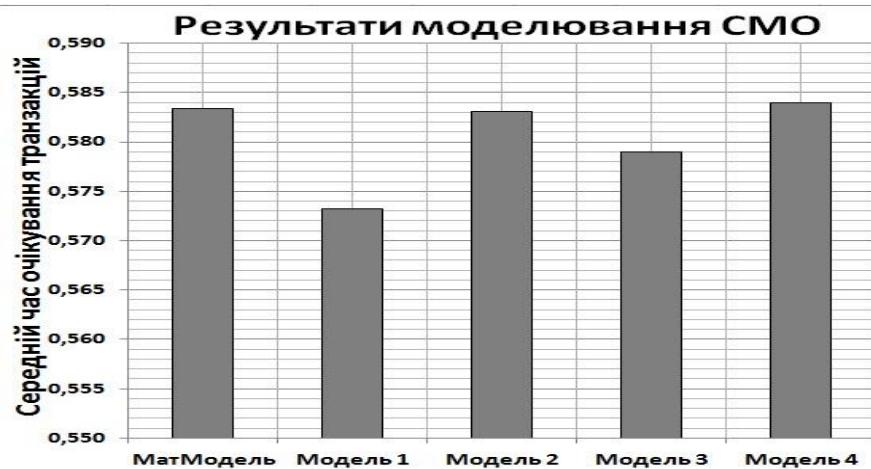


Рис. 7. Результати моделювання СМО при $a=0; b=1; \lambda =1$ та $\mu=4$

Джерело: власна розробка автора

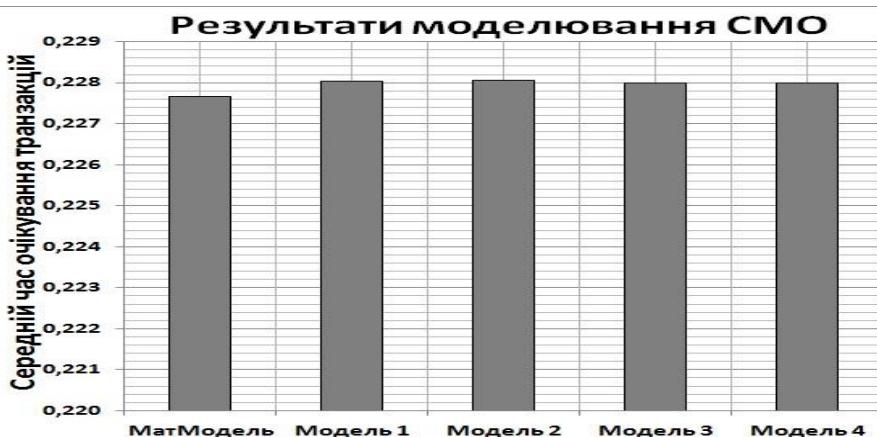


Рис. 8. Результати моделювання СМО при $a=0,5; b=1; \lambda =1$ та $\mu=4$

Джерело: власна розробка автора

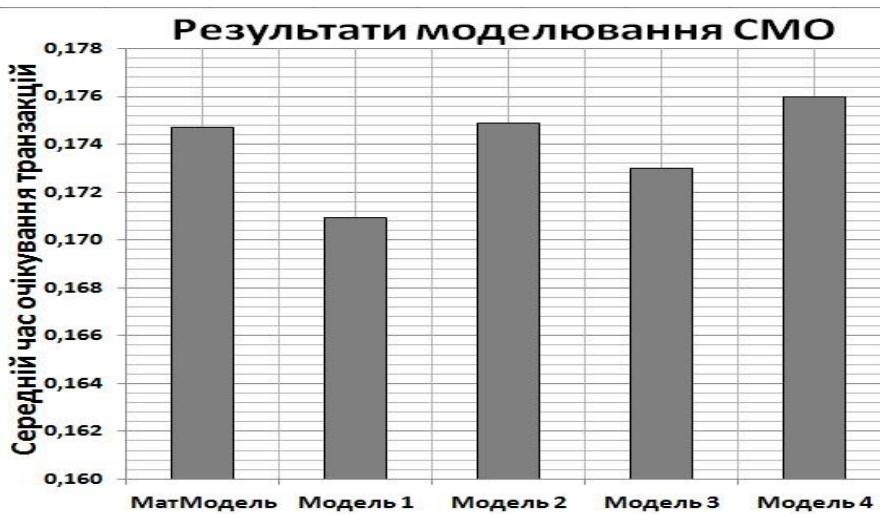


Рис. 9. Результати моделювання СМО при $a=0,999; b=1; \lambda =1$ та $\mu=4$

Джерело: власна розробка автора

Дані з таблиці 2 та їх графічна ілюстрація показують, що значення величини середнього часу очікування транзакцій у черзі, отримані від різних моделей, є досить подібними. Візьмемо за базу порівняння результат, отриманий від математичної моделі, і визначимо максимальне відносне відхилення результатів імітаційного моделювання від базового. Результати розрахунків показали, що найбільші відхилення зафіксовані для значень, отриманих від Моделі 1 при $a=0$ (1,74%) та $a=0,999$ (2,16%). Усі інші відхилення знаходяться в межах 1%.

Висновки. Результати експериментів з моделями СМО для різних значень параметра a показали, що числові характеристики від математичної та імітаційних моделей є, по суті, ідентичними. Діаграми на рисунках 6-9 також свідчать про тотожність цих результатів, що є підтвердженням коректності моделей. Це судження сформульоване на підставі програмної реалізації імітаційних моделей, обробки та аналізу отриманих даних, а також відповідних графічних матеріалів.

Результати дослідження свідчать про придатність створених моделей адекватно описувати процеси функціонування вузла концентрації транзакцій, а значить, і про можливість використання альтернативного способу генерації входного потоку транзакцій у практиці імітаційного моделювання різноманітних систем масового обслуговування.

Список використаних джерел

1. Saati T.L. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения: монография. Москва: Советское радио, 1971. 520 с.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания: монография /под ред В.И. Неймана. Москва: Машиностроение, 1979. 432 с.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания: монография. Москва: Наука, 1987. 336 с.
4. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания: монография. Москва: Советское радио, 1978. 249 с.
5. Томашевський В.М. Моделювання систем: підручник. Київ: Видавнича група BHV, 2005. 352с.
6. Приставка О.П., Байбуз О.Г., Приставка П.О. Імітаційне моделювання: монографія. Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, 2011. 171 с.
7. Жерновий Ю.В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: практикум. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 307 с.
8. Буренікова Н.В., Фостолович В.А. Управління розвитком: модель формування сучасної інформаційної системи. БІЗНЕС ІНФОРМ. 2017. №4. С. 138-144.
9. Підгурський О.І. Аналіз суперпозиції потоків транзакцій з пуассонівським та рівномірним законами розподілу. Економіка. Фінанси. Менеджмент: актуальні питання науки і практики. 2017. №12. С. 40-54.
10. Підгурський О.І. Аналітичні дослідження результатів математичного та імітаційного моделювання суперпозиції рівномірного і пуассонівського потоків транзакцій. Економіка. Фінанси. Менеджмент: актуальні питання науки і практики. 2018. №7. С.78-96.
11. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. /Под редакцией и с дополнением Б.М. Наймарка. Москва: Мир, 1977. 583 с.
12. Томашевський В.М., Жданова Е.Г. Имитационное моделирование в среде GPSS: монография. Москва: Бестселлер, 2003. 416 с.

References

1. Saaty T.L. (1971). *Elementy teorii massovogo obsluzhivaniya i eye prilozheniya [Elements of queuing with applications]*. Moscow: Sovetskoe radio [in Russian].

2. Kleinrock L. (1979). *Teoriya massovogo obsluzhivaniya [Queueing Theory]*. V.I. Neyman (Ed.). Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
3. Gnedenko B.V., & Kovalenko I.N. (1987). *Vvedeniye v teoriyu massovogo obsluzhivaniya [Introduction to queueing theory]*. Moscow: Nauka [in Russian].
4. Lifshits A.L., Malts E.A. (1978). *Statisticheskoye modelirovaniye sistem massovogo obsluzhivaniya [Statistical modeling of queueing systems]*. Moscow: Sovetskoe radio [in Russian].
5. Tomashevskyi V.M. (2005). *Modeliuvannia system [System simulation]*. Kyiv: Vydavnycha hrupa BHV [in Ukrainian].
6. Prystavka O.P., Baibuz O.H., & Prystavka P.O. (2011). *Imitatsiine modeliuvannia [Simulation simulation]*. Dniproproetrovsk: DNU [in Ukrainian].
7. Zhernovyi Yu.V. (2007). *Imitatsiine modeliuvannia system masovoho obsluhovuvannia [Simulation of mass service systems]*. Lviv: Vydavnychyi tsentr LNU imeni Ivana Franka [in Ukrainian].
8. Burennikova N.V., Fostolovych V.A. (2017). Upravlinnia rozvytkom: model formuvannia suchasnoi informatsiinoi sistemy [Development management: a model for the formation of a modern information system]. *BIZNES INFORM – BUSINESS INFORM*, 4, 138-144 [in Ukrainian].
9. Pidhurskyi O.I. (2017). Analiz superpozytsii potokiv tranzaktsii z puassonivskym ta rivnomirnym zakonomu rozpodilu [Analysis of the superposition of transaction flows with Poisson and uniform distribution laws]. *Ekonomika. Finansy. Menedzhment: aktualni pytannia nauky i praktyky – Economy. Finances. Management: topical issues of science and practice*, 12, 40-54 [in Ukrainian].
10. Pidhurskyi O.I. (2018). Analytichni doslidzhennia rezultativ matematichnogo ta imitatsiinoho modeliuvannia superpozytsii rivnomirnogo i puassonivskoho potokiv tranzaktsii [Analytical study of the results of mathematical and simulation modeling of a superposition of uniform and Poisson flows of transactions]. *Ekonomika. Finansy. Menedzhment: aktualni pytannia nauky i praktyky – Economy. Finances. Management: topical issues of science and practice*, 7, 78-96 [in Ukrainian].
11. McCracken D., Dorn W. (1977). *Chislennyye metody i programmirovaniye na FORTRANe [Numerical methods and FORTRAN programming]*. B.M. Naymark (Ed.). Moscow: Mir [in Russian].
12. Tomashevskiy V., & Zhdanova E. (2003). *Imitatsionnoye modelirovaniye v srede GPSS [GPSS Simulation]*. Moscow: Bestseller [in Russian].

ANNOTATION

MATHEMATICAL AND SIMULATION MODELING OF OPERATION PROCESSES IN THE CONCENTRATION NODE OF HYBRID LOGISTIC TRANSACTION FLOWS

PIDHURSKYI Oleksandr,
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor of the Department
of Modelling and Information Technologies in the Economy,
Vinnytsia National Agrarian University
(Vinnytsia)

The paper describes the results of mathematical and simulation modeling of the concentration (distribution) transaction node in the logistic system formalized by the queue system. The author developed a number of the system models, with transaction flows on the input, generated on the base of traditional and alternative methods. The mentioned models describe processes of formation and maintenance of the hybrid flow of material (inmaterial) logistics objects. In order to verify and validate the models, a comparative analysis of the

results obtained during the experiments was carried out. The analysis resulted in a grounded conclusion about the mutual correspondence of numerical characteristics of models as well as introduced the alternative generation method for the transaction input flow in the imitating modeling of queue systems.

This work is based on materials obtained by the author in the previous studies.

Key words: mass service system, transaction flows, mathematical model, simulation model, verification, validation.

Tabl. 2. Fig. 9. Lit. 12.

АННОТАЦІЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УЗЛА КОНЦЕНТРАЦИИ ГИБРИДНЫХ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПОТОКОВ ТРАНЗАКЦИЙ

ПОДГУРСКИЙ Александр Игоревич,
*кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры моделирования
и информационных технологий в экономике,
Винницкий национальный аграрный университет
(г. Винница)*

В работе описаны результаты математического и имитационного моделирования узла концентрации (распределения) транзакций в логистической системе, формализованного системой массового обслуживания. Автором разработан ряд моделей такой системы, на вход которой направляется поток транзакций, генерируемый в моделях традиционным и альтернативным способами. Указанные модели описывают процессы формирования и обслуживания гибридного потока материальных (нематериальных) объектов логистики. С целью верификации и валидации моделей проведен сравнительный анализ результатов, полученных в процессе экспериментов. Анализ позволил сформировать обоснованный вывод о взаимном соответствии числовых характеристик моделей и возможности использования альтернативного способа генерации входного потока транзакций в практике имитационного моделирования систем массового обслуживания.

Данная работа основывается на материалах, полученных автором в процессе ранее проведенных исследований.

Ключевые слова: система массового обслуживания, потоки транзакций, математическая модель, имитационная модель верификация, валидация.

Табл. 2. Рис. 9. Лит. 12.

Інформація про автора

ПІДГУРСЬКИЙ Олександр Ігорович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри моделювання та інформаційних технологій в економіці, Вінницький національний аграрний університет (e-mail paraplane@meta.ua).

PIDHURSKYI Oleksandr – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Modelling and Information Technologies in Economics, Vinnytsia National Agrarian University (e-mail paraplane@meta.ua).

ПОДГУРСКИЙ Александр Игоревич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры моделирования и информационных технологий в экономике, Винницкий национальный аграрный университет (e-mail paraplane@meta.ua).

